Lógica de Predicados

Relembrando....

Logica de Predicados

- O que é um predicado
- Operações lógicas com predicados
- Transformar predicado em proposição
  - Valor
  - Quantificador
- Conjunto Verdade
- Tradução
  - Fórmula – Português
  - Português - Fórmula

Lógica de Predicados

Negação

Equivalências

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de todos os estudantes desta classe terem feito aulas de lógica.

$$\sim \forall x\, P(x)$$

Podemos reformular a frase para:

- Existe um estudante desta classe que não teve aula de lógica.

$$\exists x \sim P(x)$$

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de todos os estudantes desta classe terem feito aulas de lógica.

$$\sim\forall x\, P(x)$$

- Existe um estudante desta classe que não teve aula de lógica.

$$\exists x \sim P(x)$$

Ilustramos que:

$$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$$

Exercícios Rosen

Considere N(x) como a proposição "x visitou Dakota do Norte", em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x N(x)$ b) $\forall x N(x)$

c) $\sim\exists x N(x)$ d) $\exists x \sim N(x)$

e) $\sim\forall x N(x)$ f) $\forall x \sim N(x)$

Negando Expressões Quantificadas

- Existe um estudante na classe que teve aulas de cálculo.

  $\exists x P(x)$

- Não é o caso de existir um estudante na classe que teve aulas de cálculo.

  $\sim \exists x P(x)$

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de existir um estudante na classe que teve aulas de calculo.

  $\sim \exists x P(x)$

Podemos reformular a frase para:

- Todo os estudantes nesta classe não tiveram aulas de calculo.

  $\forall x \sim P(x)$

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de existir um estudante na classe que teve aulas de calculo.

  $\sim \exists x\, P(x)$

Todo os estudantes nesta classe não tiveram aulas de calculo.

$\forall x \sim P(x)$

Ilustramos que:

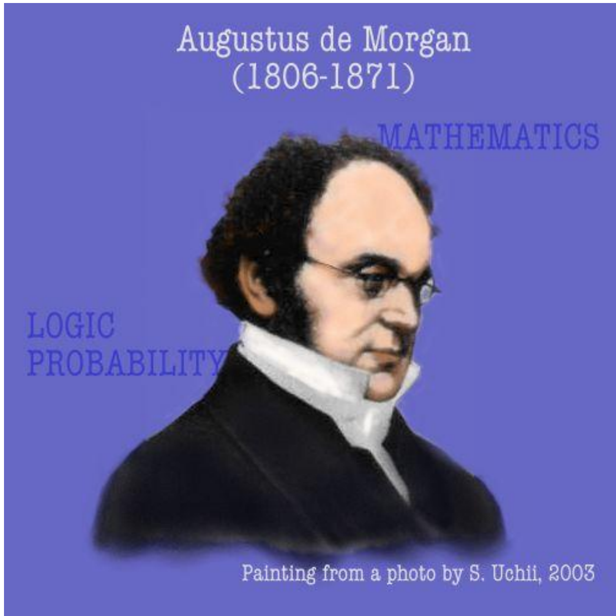
$$\sim \exists x\, P(x) \equiv \forall x \sim P(x)$$

Negando Expressões Quantificadas

- As regras para negações de quantificadores são chamadas de Leis de De Morgan para quantificadores.

$$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$$

$$\sim \exists x\, P(x) \equiv \forall x \sim P(x)$$



Exercício

1) Qual a negação de:

“Existe um político honesto”

Exercício

“Existe um político honesto”

H(x) = “x é honesto”

Domínio = {todos os políticos}

Como fica a proposição???

Exercício

“Existe um político honesto”

H(x) = “x é honesto”

Domínio = {todos os políticos}

$\exists x\, H(x)$

Exercício

"Existe um político honesto"

$H(x)$ = "x é honesto"

Domínio = {todos os políticos}

$\exists x\, H(x)$ negando $\sim \exists x\, H(x)$

Sabemos que $\sim \exists x\, H(x) \equiv \forall x \sim H(x)$

Então podemos dizer que:

Todos os políticos são desonestos.

Exercício

Quais a negações de:

"Todos os brasileiros comem churrasco"

Exercício

“Todos os brasileiros comem churrasco”

C(x) = “x como churrasco”

Domínio = {todos os brasileiros}

Como fica a proposição???

Exercício

"Todos os brasileiros comem churrasco"

C(x) = "x como churrasco"

Domínio = {os brasileiros}

$\forall x \; P(x)$

Exercício

“Todos os brasileiros comem churrasco”

P(x) = “x como churrasco”

Domínio = {todos os brasileiros}

x P(x)

$\sim \forall x \, P(x)$

Exercício

"Todos os brasileiros comem churrasco"

$P(x)$ = "x como churrasco"

Domínio = {todos os brasileiros}

$$\forall x\, P(x)$$

$$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$$

Exercício

"Todos os brasileiros comem churrasco"

$P(x)$ = "x como churrasco"

Domínio = {todos os brasileiros}

$$\forall x\ P(x)$$

$$\sim \forall x\ P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$$

Existe pelo menos um brasileiro que não come churrasco.

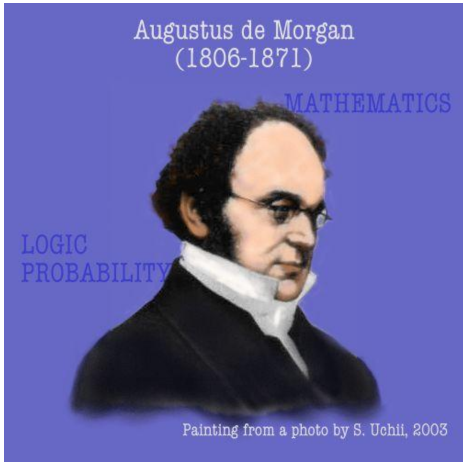
Algum brasileiro não come churrasco.

Equivalências

- Leis de De Morgan

$$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$$

$$\sim \exists x\, P(x) \equiv \forall x \sim P(x)$$



Equivalências (S ≡T)

- Sentenças que envolvem predicados e quantificadores são logicamente equivalentes se e somente se elas têm o mesmo valor verdade quaisquer que sejam os predicados substituídos nessas sentenças e qualquer que seja o domínio para as variáveis nessas funções proposicionais.

Equivalências

- $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x)$
- $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \equiv \exists x\, P(x) \vee \exists x\, Q(x)$

Equivalências

- $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x)$
- $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \equiv \exists x\, P(x) \vee \exists x\, Q(x)$

CUIDADO!!!!

- $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \neq \forall x\, P(x) \vee \forall x\, Q(x)$
- $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \neq \exists x\, P(x) \wedge \exists x\, Q(x)$

Negue as sentenças a seguir

- Alguns cães velhos não aprendem truque novos.
  - P(x) = “ x aprende truque novos”
  - Dominio = { cães velhos}
  - $\exists x \sim P(x)$
  - $\sim\exists x \sim P(x)$
  - $\forall x \sim\sim P(x)$
  - $\forall x\, P(x)$
  - Todos cães velhos aprendem truques novos

Negue as sentenças a seguir

- Nenhum coelho sabe calculo
  - P(x) = “ x sabe calculo”
  - Dominio = { coelho}
  - $\sim\exists x\ P(x)$
  - $\sim\sim\exists x\ P(x)$
  - $\exists x\ P(x)$
  - **Existe pelo menos um coelho que sabe calculo**

Negue as sentenças a seguir

- Todo pássaro sabe voar
  - P(x) = “ x sabe voar”
  - Domínio = { pássaro}
  - $\forall x\, P(x)$
  - $\sim\forall x\, P(x)$
  - $\exists x\, \sim P(x)$
  - **Existe pelo menos um pássaro que não sabe voar**

Negue as sentenças a seguir

- Não há cães que falem
  - P(x) = “ x fala”
  - Dominio = { cães}
  - $\sim\exists x\, P(x)$
  - $\sim\sim\exists x\, P(x)$
  - $\exists x\, P(x)$
  - **Existe pelo menos um cão que fala**

Negue as sentenças a seguir

- Não há nesta sala alguém que fale francês e russo
  - P(x) = “ x fala francês”
  - Q(x) = “ x fala russo”
  - Domínio = { alunos dessa sala}
  - $\sim\exists x\ (P(x)\ \wedge Q(x))$
  - $\sim\sim\exists x\ (P(x)\ \wedge Q(x))$
  - $\exists x\ (P(x)\ \wedge Q(x))$
  - **Existe pelo menos uma pessoa nessa sala que fale francês e russo**

Lógica de Predicados

Restrição de Domínio

Quantificadores com Restrição

- Uma notação abreviada é frequentemente usada para restringir o domínio de um quantificador.
- Nessa notação, incluímos depois do quantificador uma condição que a variável deve satisfazer.

Quantificadores com Restrição

- Exemplo:
  - $\forall x<0(x^2 > 0)$
  - Propriedade: o quadrado de todo número negativo é positivo.

Quantificadores com Restrição

- Exemplo:
  - $\forall y \neq 0 (y^3 \neq 0)$
  - Propriedade: o cubo de um número não nulo é também não nulo

Quantificadores com Restrição

- Exemplo:
  - $\exists z>0\ (z^2 = z)$
  - Qual???

Quantificadores com Restrição

- Restrições reescritas de outra forma
  - $\forall x<0\ (x^2 > 0)$
  - $\forall x\ (x<0 \rightarrow x^2 > 0)$
  - $\forall y \neq 0 (y^3 \neq 0)$
  - $\forall y (y \neq 0 \rightarrow y^3 \neq 0)$
  - $\exists z>0\ (z^2 = z)$
  - $\exists z (z>0 \wedge z^2 = z)$

Quantificador Universal equivale a Universal de Proposição Condicional

Quantificador Existencial equivale a Existencial de um Conjunção

Dúvidas!!!!!

- Perguntas antes de continuarmos?

Tradução Português - Lógica

Todo estudante desta classe estudou lógica.

$C(x)$ = "x estudou lógica"

Domínio = {estudantes desta classe}

$\forall x\, C(x)$

a) Alguns cães velhos aprendem truques novos.

L(x) = “x aprende truques novos”

Domínio = {todos os cães velhos}

a) Alguns cães velhos aprendem truques novos.

L(x) = “x aprende truques novos”

Domínio = {todos os cães velhos}

$\exists x\, L(x)$

a) Alguns cães velhos aprendem truques novos.

L(x) = “x aprende truques novos”

Domínio = {todos os cães}

$\exists x\, L(x)$

E se mudarmos o domínio?

a) Alguns cães velhos aprendem truques novos.

L(x) = "x aprende truques novos"

Domínio = {todos os cães}

E se mudarmos o domínio?

$\exists x\, L(x)$

Alguns cães aprendem truques novos.

a) Alguns cães velhos aprendem truques novos.

$L(x)$ = "x aprende truques novos"

Domínio = {todos os cães}

$V(x)$ = "x é velho"

$\exists x\, L(x)$

Alguns cães aprendem truques novos.

a) Alguns cães velhos aprendem truques novos.

L(x) = “x aprende truques novos”

Domínio = {todos os cães}

V(x) = “x é velho”

$\exists x\, L(x)$ Alguns cães aprendem truques novos.

$\exists x\, (V(x) \wedge L(x))$

Alguns cães velhos aprendem truques novos.

c) Todo pássaro pode voar.

$L(x)$ = "x pode voar"

Domínio = {todos os pássaros}

$\forall x\ L(x)$

c) Todo pássaro pode voar.

$L(x)$ = "x pode voar"

Domínio = {todo ser vivo}

$\forall x \, L(x)$

E se mudarmos o domínio?

c) Todo pássaro pode voar.

$L(x)$ = "x pode voar"

Domínio = {todo ser vivo}

E se mudarmos o domínio?

$\forall x\, L(x)$

Todo ser vivo pode voar.

c) Todo pássaro pode voar.

L(x) = “x pode voar”

Domínio = {todo ser vivo}

$\forall x\, L(x)$ Todo ser vivo pode voar.

P(X) = “x é pássaro”

c) Todo pássaro pode voar.

$L(x)$ = "x pode voar"

Domínio = {todo ser vivo}

$\forall x\, L(x)$ Todo ser vivo pode voar.

$P(X)$ = "x é pássaro"

$\forall x\, (P(x) \rightarrow L(x))$ Todo pássaro pode voar.

c) Todo pássaro pode voar.

L(x) = “x pode voar”

Domínio = {todo ser vivo}

$\forall x\, L(x)$ Todo ser vivo pode voar.

P(X) = “x é pássaro”

$\forall x\, (P(x) \rightarrow L(x))$ Todo pássaro pode voar.

Não podemos expressar a sentença

$\forall x(P(x) \wedge L(x))$ ERRADO!!!

“Todo ser vivo é pássaro e sabe voar.”

Exercício

- Algum estudante da classe visitou o México
- Domínio: {estudantes da classe}
- $M(x)$ = "x visitou o México"
- $\exists x\, M(x)$

Exercício

- Algum estudante da classe visitou o México
- Domínio: {todas as pessoas}
- M(x) = "x visitou o México"
- E(x) = "x é estudante da classe"
- Existe uma pessoa x que é estudante da classe e que visitou o México.
- $\exists x(E(x) \wedge M(x))$

Exercício

- Algum estudante da classe visitou o México
- Domínio: {todas as pessoas}
- M(x) = "x visitou o México"
- E(x) = "x é estudante da classe"

- Existe uma pessoa x que é estudante da classe e que visitou o México.
- $\exists x(E(x) \rightarrow M(x))$ ERRADO!!!

  Porque é verdadeira para qualquer pessoa que não esteja na classe.

Exercício

- Todo estudante da classe visitou Canadá ou México.
- Domínio={estudantes da classe}
- C(x) = “x visitou o Canadá”
- M(x) = “x visitou o México”

$$\forall x(C(x) \vee M(x))$$

Exercício

- Todo estudante da classe visitou Canadá ou México.
- Domínio={todas as pessoas}
- C(x) = “x visitou o Canadá”
- M(x) = “x visitou o México”
- E(x) = “x é estudante da classe”

$$\forall x(E(x) \rightarrow (C(x) \vee (M(x))$$

Exercícios – Rosen 47

8) Transcreva estas proposições para o português, em que R(x) é "x é um coelho" e H(x) é "x salta" e o domínio são todos os animais.

a) $\forall x(R(x) \rightarrow H(x))$ Todo coelho salta.

b) $\forall x(R(x) \wedge H(x))$ Todos os animais são coelhos e saltam

c) $\exists x(R(x) \rightarrow H(x))$ Existe um animal que se é coelho então ele salta.

d) $\exists x(R(x) \wedge H(x))$ Existe um coelho que salta


POR HOJE É SÓ PESSOAL!!!